

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 24.02.2017
CLASA a X-a

Subiectul I. (7 puncte)

Să se rezolve ecuația $7^{3^{2 \cdot x^2 - 8} - 2 \cdot 3^{x^2 - 4} + 1} + 5^{x^2 - 4} + 25^{4 - 2 \cdot |x|} = 3$.

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Subiectul II. (7 puncte)

Fie $a, b, c \in (1, \infty)$. Să se arate că:

a) $\log_a(bc) + \log_b(ca) + \log_c(ab) \geq 6$.

b) $\log_a \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} + \log_b \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} + \log_c \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq 6$.

prof. Aura Buju, Liceul Teoretic "Petru Maior" Gherla

Subiectul III. (7 puncte)

a) Fie $\varepsilon (\varepsilon \neq 1)$ o rădăcină de ordinul trei a unității și $z = (1 + \varepsilon) \cdot (1 + \varepsilon^2) \cdot \dots \cdot (1 + \varepsilon^{2017})$.

Determinați $|z|$ și $\arg z$.

b) Fie z_1 și z_2 numere complexe distincte, astfel încât $|z_1| = |z_2| = |z_1 + z_2|$. Să se

calculeze: $\left(\frac{z_1}{z_2} \right)^3$

prof. Aura Buju, Liceul Teoretic "Petru Maior" Gherla

Subiectul IV. (7 puncte)

Demonstrați că $2(\log_{n^3-n}^2(n+1) + \log_{n^3-n}^2 n + \log_{n^3-n}^2(n-1)) +$
 $+ 3(\log_{n^3-n}^3(n+1) + \log_{n^3-n}^3 n + \log_{n^3-n}^3(n-1)) \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}, n > 2$.

prof. Mirela Blaga, Liceul Teoretic "Alexandru Papiu Ilarian" Dej